幾何問題の解決過程の研究（1）

—— 方略的知識に関する研究の検討と仮説的方略の設定 ——

佐　藤　康　司

1.　問題の所在

1.1.「転移」を促進する知識

近年，認知心理学において，数学の「学習の転移」に関する研究が散見され(鈴木，1995；鈴木・栗山，1996；栗山・鈴木・楠見，1997)，また，そうした転移研究を概観し，今後の研究の方向性について展望した論文(寺尾・楠見,1998)も見受けられる。

寺尾ら（1998）は，代数文章題を考察の中心にすえ，「例題と何らかの意味で(例えば，問題の文脈において）類似はしているが同一の解法(代数文章題なら同一の等式)で解決できない目標課題」を，「類似問題」と規定した上で，この類似問題への転移を促す方法を以下のように類別し検討している。なお，同一の解法によって解決可能な問題を「同型問題」と呼んでいる。

(1)　例題アプローチ：例題の解法を直接に利用する方法。ここでは学習者は例題とその解法を学習し，目標課題の解決では例題の解法を目標課題へと「写像」する。つまり，例題で学習した等式の「切り張り」によって等式を構成する。転移の「同一要素説」によれば，転移の容易さは例題と目標課題で共有される「同一要素」(共有されるプロダクション・ルール）の数によって決まる。したがって，例題にはなかった要素が加えられる類似問題への転移は難しいことになるとされる。

(2)　解法構造アプローチ：等式の形を例題から獲得する抽象的構造と考え，このレベルの抽象的知識を媒介にして転移を成立させようとする。つまり，ここで学習者が獲得すべき知識は解法構造そのもの（代数の文章題では等式の形というレベルの抽象化）であり，目標課題の解決においてはそれに適切な肉付けをして対処するという方法である。この方法では，同型問題への転移を促進するという証拠は示されてきているが，類似問題への転移に有効であるという証拠はまだないとされる。

(3)　構造生成アプローチ：解法構造そのものではなく，解法構造を構成する，より抽象的な知識を媒介にして転移を成立させようとする。すなわち，「いかにして目標課題の正しい解法を構成していくか」という知識の有効性の主張である。「方略的知識」,「ヒューリスティック」といわれる知識がこの例となる。それらの獲得が転移を促進することが示され，類似問題への転移を促進する方法として最も有望なアプローチと位置づけられている。

ところで，「学習の転移」とは，寺尾ら(1998)によれば，「ある課題（例題）で学習したことを他の新奇な課題（目標課題）に適用して，その問題を解決する能力の獲得」とされる。能力という言葉は，単なる問題解決におけるパフォーマンスの程度というだけでなく，それをもたらす内的な特性をさすものと考えられる。しかし，逆に，能力を操作的に明らかにしようとすれば，一定範囲の問題の解決状態を測定しなければならないが，その結果がただちに内的な特性を直接反映しているとは限らない。つまり，能力が獲得されたかどうかの判断はそうたやすくない。したがって，本研究では，学習者にとって新奇な問題の解決におけるパフォーマンスの向上という意味に限定して「転移」という言葉を用いたい。むしろより問題となるのは，「問題の新奇性」をどのように属性記述するかであろう。転移が促進されたという場合，いかなる特徴を持つ問題での学習が，それとは異なるいかなる

特徴を持つ問題の解決を容易にしたのかという点が明らかにされねばならない。類似問題がもっている「例題にはなかった要素」とは何かを明確にしない限り，「転移」の意味も不明のままとなるだろう。したがって，問題の「型分け」という観点が重要であり，本研究ではこの点について後に触れることにする。

1.2.　幾何問題の解決における方略的知識

幾何の問題は，ポリア（1954）の一般的な問題区分に従えば，「決定問題」と「証明問題」とに大別しうる。「決定問題」は，「問題の中の未知のものをみつける」ことを目的とする。幾何の問題でいえば，ある辺の長さ，ある角の角度，ある図形の面積等の量や，それらの間に成り立つ関係を特定するものといえる。これに対し，「証明問題」は，「ある命題が正しいか正しくないかを示すこと」を目的とするものである。先にみたのは代数文章題の解決を中心とした研究のレビューであったが，本研究では，幾何の「決定問題」の解決を促進する方略的知識がいかなるものであるかについて検討したい。最も有望視される構造生成アプローチに位置づけられるものの中で，幾何の決定問題の解決をターゲットに含んでいたり，直接のターゲットとしている研究を次に検討してみよう。

1.2.1.　ポリア，G. の研究

ポリア（前出）は，内容領域にとらわれない一般的な問題解決におけるヒューリスティックス（抽象的な方略的知識といえる）の有効性を主張した。かれは，問題の解決過程を，「問題を理解すること」，「計画をたてること」，「計画を実行すること」，「ふり返ってみること」の4段階に分け，各段階を方略的な質問や指示によって構成している。それらの一般的リストを表1に示す。

このうち，「問題を解くことの大部分はどんな計画をたてたらよいかということを考えつくことにあるといってよい」と述べているように，計画立案の段階が重視される。上のリストには示唆に富むものが多数含まれており大いに参考に

表1　ポリアにおける質問のリスト

問題を理解すること
◇未知のものは何か。与えられているもの（データ）は何か。条件は何か。
◇条件を満足させうるか。条件は未知のものを定めるのに十分であるか。又は不十分であるか。又は余剰であるか。又は矛盾しているか。
◇図をかけ。適当な記号を導入せよ。
◇条件の各部を分離せよ。それをかき表わすことができるか。
計画をたてること
◇前にそれをみたことがないか。又は同じ問題を少しちがった形でみたことがあるか。
◇似た問題を知っているか。役に立つ定理を知っているか。
◇未知のものをよくみよ！　そうして未知のものが同じか又はよく似ている，みなれた問題を思い起せ。
◇似た問題ですでにといたことのある問題がここにある。それを使うことができないか。その結果をつかうことができないか。その方法を使うことができないか。それを利用するためには，何か補助要素を導入すべきではないか。
◇問題をいいかえることができるか。それをちがったいい方をすることができないか。定義にかえれ。
◇もしも与えられた問題がとけなかったならば，何かこれと関連した問題をとこうとせよ。もっとやさしくてこれと似た問題は考えられないか。もっと一般的な問題は？　もっと特殊な問題は？　類推的な問題は？　問題の一部分をとくことができるか。条件の一部をのこし，他をすてよ。そうすればどの程度まで未知のものが定まり，どの範囲で変りうるか。データを役立たせうるか。未知のものを定めるのに適当な他のデータを考えることができるか。未知のもの若しくはデータ，あるいは必要ならば，その両方をかえることができるか。そうして新しい未知のものと，新しいデータとが，もっと互いに近くなるようにできないか。
◇データをすべてつかったか。条件のすべてをつかったか。問題に含まれる本質的な概念はすべて考慮したか。
計画を実行すること
◇解答の計画を実行するときに，各段階を検討せよ。その段階が正しいことをはっきりとみとめられるか。
ふり返ってみること
◇結果をためすことができるか。議論をためすことができるか。
◇結果をちがった仕方でみちびくことができるか。それを一目のうちに捉えることができるか。
◇他に問題にその結果や方法を応用することができるか。

なるが，教授場面の実例は決して豊富にあげられているとはいえない。そのうち，「問題を理解すること」，「計画をたてること」に関する実例をみてみよう。問題は「長さと巾と高さが知れている直方体の対角線（の長さ）を求めよ」というものである（表1のリストに含まれるものは斜字体で記す）。

この実例だけから一般化することは適当でないかもしれないが，特に計画を立てる段階で，与えられた指示や質問に対する学習者の沈黙が目

<問題を理解すること>

『*分からないものは何でしょう*』

「直方体の対角線の長さです」

『*与えられているものは何ですか*』

「直方体の長さと巾と高さです」

『*適当な記号をつけなさい。*未知のものはどういう記号で表したらよいでしょう』

「xです」

『長さと巾と高さにはどういう記号をつけますか』

「a，b，c」

『a，b，cとxの間を結びつける　*条件は何ですか*』

「xは長さと巾と高さとがそれぞれa，b，cであるような直方体の対角線です」

『それは正しい問題でしょうか。というのは　*条件は未知数を決めるのに充分であるか*　どうかということです』

「はい、そうです。a，b，cが分れば直方体は決ってしまいます。直方体が決まれば対角線は決まる筈です」

<計画を立てること>

『*関連した問題を知っていますか*』

「………」

『*未知のものに注意なさい。そして未知のものが同じか又は似通った問題を思い起こして下さい*』

「………」

『*未知のものは何でしょう*』

「直方体の対角線です」

『*未知のものが同じな、他の問題*　を知っていますか』

「いいえ、直方体の対角線に関する問題はやったことがありません」

『*未知のものが似ている問題*　を知っていますか』

「………」

『さあ対角線は線分です。未知のものが直線の長さであるような問題をといた事がありませんか』

「もちろんあります。例えば直角三角形の1辺を求めるというような」

『よろしい。*ここに既に解かれている似よりの問題があります。それを利用することができるでしょうか*』

「………」

『似よった問題で前にといた事があるものを思い出せたのは運がよかった。それを利用できるでしょうか。*それを利用するために何か補助の要素を導き入れることができますか*』
「………」
『ここをごらんなさい。あなたが思い出した問題は三角形に関係があります。この図の中に三角形がありますか』
（中略）
『図の中に三角形を考えることができますか』
（中略）
『もしも対角線が何かある三角形の斜辺であったなら、あなたはそれを求める事ができますか』
（もしもたまたまちょっとした助けで学生が補助要素（対角線を斜辺とする直角三角形）を導き入れることに成功したら）
『三角形を書いたのはよい思いつきです。この三角形で分からないのは何ですか』
「分からないのは三角形の斜辺です。われわれはそれをピタゴラスの定理によって計算することができます」
『もしも直角をはさむ二辺の長さが分かっていればね。しかしそれは分かっていますか』
「一方は分っていてそれはｃです．もう一方はじき求められると思います。ああそうです。それはもう１つの直角三角形の斜辺になっています。」
『大変よろしい。さあこれで計画がすっかりでき上りました。』

図１．ポリアの問題理解と計画立案における援助の実例

立つ。これは，学習者に使用させようとする方略的知識の抽象度が高すぎることに起因するものではなかろうか。問題に即した具体的なヒントを提示しないと学習者の回答が得られないことがしばしばである（後半ではリストに含まれる質問・指示は全く行なわれなくなっている)。このように，当該の問題を解くための固有の誘導や援助が必要とされていること，また，彼の提案する方略が後にどれだけ学習者自身のものとなっているかが他の部分の記述からも定かでないことから，学習者にとってポリアの提案する一般的な方略的知識がこのままの形で自発的に利用可能なものとなりうるかについては，判断を保留せざるを得ない。

1.2.2.　グリーノ，J.G. の研究

特定の問題領域（幾何問題）に固有な，より抽象度の低い方略的知識を扱っているのが，グリーノ（1985）である。かれは，学習者が幾何問題を解決する際の発話プロトコルを分析し，パーディックスというコンピュータプログラムで問題解決の様相をシミュレートした。そこでは，解決に必要な知識として以下の３つが区別されている。

(1)　幾何的パターンの認識のための知識
(2)　推論のための命題的知識
(3)　目標設定と計画のための方略的知識

幾何問題では，一般に問題文と図が提示される。解決のためには，問題文中に含まれる情報の他に，図からの情報も利用しなければならない。例えば，ある辺や角がどのような特徴をもつか，また，複数の辺や角がどのような関係にあるかなどを読みとらねばならない。(1) はこうした「特定の幾何的関係を識別」するための

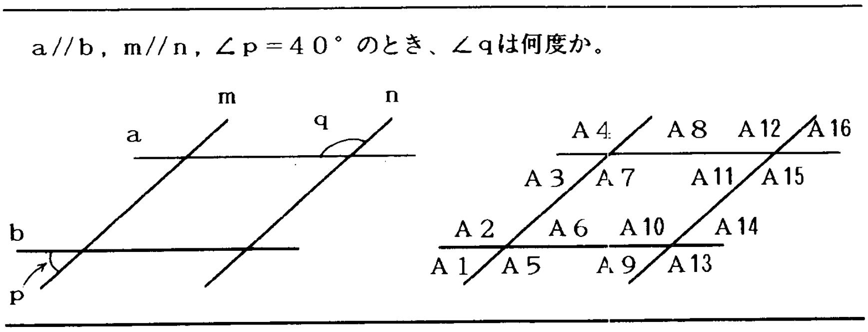

図2　グリーノが扱った問題の例

知識である。(2) は，「問題で述べられていたり以前に推論されたりした関係のいずれかをもとにして，ある新しい関係を推論する」ために必要な命題に関する知識である。公理，定理，あるいは公式のような一般的な命題をさすと解される。ここではそれらを総称して，「ルール」と呼ぶことにする。(3) は，「目標や下位目標の設定，目標を達成するための計画作成を行わせる知識」で，「目標設定と計画作成の過程は，問題解決過程を組織し，パターン認識や推論過程を先導する」という重要な役割を果たすとされる。

以下に，図2の問題を解決するための方略的知識（表2）と，生徒の解決過程を示す（表3）。

グリーノの研究は転移を扱ったものではないが，かれが問題解決に必要な諸要素を「知識」として抽出した点は，理論的にも教育実践上からも適切といえる。特に，学習者の解決におけるつまずきがいかなる知識の不足によるものかが特定できれば，解決を援助するための手がかりが得られることになる。しかし，生徒の解決過程に関するかれの記述をみると，シミュレートしたプログラムの現実性や妥当性を学習者の解決過程によってなぞっているという印象は否めない。「教授への示唆」と題した章の中では，「問題解決で必要とされる方略的知識は学習可能である」，「もし方略的規則についてのはっきりした説明が与えられるようになるとすれば，生徒たちにその諸規則を伝達し，彼らに諸規則を利用する練習をさせるような教材を開発することは，実際に実現可能なのである」と述べているが，以下の例に示すように，学習者の望ましい方略の使用を促進し，援助するという観点から

表2　図2に示された目標を設定するための方略的知識（グリーノ，1985）

1. もし現在の目標がある角の角度を求めることであるとすると，その求める角となんらかの量的関係で関係づけられる別の角の角度がわかれば，目標は達成できる。もしそれが成り立たなければ，求める角とすでに角度のわかっている角の間の量的関係を推論するという目標を設定せよ。
2. もし現在の目標が二つの角の間の量的関係を推論することであるならば，この目標は，二つの角の幾何的関係がわかっているかあるいは両方の角が第三の角に関係づけられるかであれば，実現できる。もしそれが成り立たなければ，二つの角の間の幾何的関係を推論するという目標を設定せよ。
3. もし現在の目標が二つの角の間の幾何的関係を推論することであるならば，パターン認識の手続きを利用してそれらの角の特徴を解析するという目標を設定せよ。
4. もし現在の目標が二つの角の間の量的関係を推論することであり，しかも角度を求める角と角度のすでにわかっている角との間にどんな幾何的関係もないことがすでに決定されたならば，二つの角の間に位置しかつ二つの角の一方と同じ大きさである角を見つける，という目標を設定せよ。その目標が達成されるとき，この角を，もとの目標のもう一方の角と量的関係の連鎖をつくることにより関係づけることを試みよ。

の検証はまだ不十分といわざるを得ない。

決定問題の解決には，かれも述べているように既知と未知（目標）とをいかに関係づけるかという計画立案の段階が極めて重要な役割を果たす。その意味では，表3に示したS5の生徒の解決方略（既知の角1と未知の角12とを同時に関係づけられる角8を探索している）はもっと重視されてよい。グリーノは，S5の生徒の解決方略がパーディックスの方略（既知の角から未

表 3　被験者となった生徒による解決（グリーノ，1985 より抜粋）

ステップ	S1	S2	S3
1	(VERT A1 A6)	(LINPR A1 A5)	(CORR A1 A3)
	(CONG A1 A6)	(SUPP A1 A5)	(CONG A1 A3)
		(MEAS A5 140°)	(MEAS A3 40°)
2	(ALTINT A6 A3)	(CORR A5 A13)	(CORR A3 A11)
	(CONG A6 A3)	(CONG A5 A13)	(CONG A3 A11)
		(MEAS A13 140°)	(MEAS A11 40°)
3	(VERT A3 A8)	(ALTEXT A13 A12)	(LINPR A11 A12)
	(CONG A3 A8)	(CONG A13 A12)	(SUPP A11 A12)
		(MEAS A12 140°)	(MEAS A12 140°)
4	(INSTAM A8 A12)		
	(SUPP A8 A12)		
5	(SUPP A1 A12)		
	(MEAS A12 140 °)		

	S4	S5
1	(VERT A1 A6)	(ALTEXT A1 A8)
	(CONG A1 A6)	(CONG A1 A8)
2	(?REL A6 A11)	(INSTAM A8 A12)
	(CONG A6 A11)	(SUPP A8 A12)
3	(VERT A11 A16)	(SUPP A1 A12)
	(CONG A11 A16)	(MEAS A12 140°)
4	(LINPR A16 A12)	
	(SUPP A16 A12)	
5	(SUPP A1 A12)	
	(MEAS A12 140°)	

（注）
MEAS：測度
CONG：合同
SUPP：補角
VERT：対頂角
ALTINT：錯内角
INSTAM：同側内角
LINPR：直線をなす角
CORR：同位角
ALTEXT：錯外角
?REL：関係不明確

（筆者注）

表 3 において，例えば S1 の解決は，まず既知の角 1＝角 6（対頂角の関係より），角 6＝角 3（錯内角の関係より），角 3＝角 8（対頂角の関係より），角 8 と角 12 が補角（同側内角の関係より）であることを導き，その結果，角 1 と角 12 が補角の関係にあることから，目標である角 12 の角度（140°）を求めるというステップをふんで解決したことを示す。

知の角へと進んでいくことによって関係する角の連鎖を組み立てる）よりも「強力な方略」であるとしながら,「生徒から集めたプロトコルのなかではごくまれにしかなかった」という理由から,「つけ加えるのはさしてむずかしくない」にもかかわらず「パーディックスにその方略をつけ加えなかった」としている。S5 のように，既知と未知とを同時に関係づけ得る情報を一度に手にいれることは，学習者にとって困難な場合が多いことは確かである。しかし，例えば，補助線の利用が必要な問題や，最終目標となる未知の量などを求めるためのルールに代入すべき値をさらに他のルールによって導かねばならないような問題が多々存在し，その解決にとってより有効な方略の獲得の援助という観点に立てば,「既知から目標へ向けての探索」だけでなく,「目標から既知へ向けての探索」もいっそう奨励されてよい[1)]。なぜなら，双方向からの探索が促進されれば，それだけ既知と目標との隔たりを埋めるのに役立つはずだからである。たとえば，目標の前提（目標へ至るために，その前に決定すべき事柄は何か）を考慮する，すなわち目標を変換することや，目標に関連して条件から新たに導出しうることを明確にすることなどは,「目標から既知へ向けての探索」の例と考えることができる。もちろん，探索の方向が不適切で

あると関係づけに失敗するが，ある下位目標に関係づけられる既知を探索することで，さらに他の既知がもたらされる契機が提供されることになろう。関係づけのための手がかりとなる情報はそれだけ増加することになると考えられるのである。

1.3. 仮説的方略の設定

以上の検討にもとづき，次のような解決方略を仮説的に設定する（カッコ内は，指示・質問を表わす)。

(1) 問題の理解

これは主として，ポリアの「問題理解」のリストを参考にした。ただし，条件の十分さに関する検討は，問題の範囲を広くとらえれば必要となるが，かれの述べる「叙述が完全で合理的な問題」のみを扱う限り，不必要と考えられるので，ここではそのステップを省略した。

① 既知の数量や関係の明確化（分かっていることは何か,与えられている条件は何か）

② 未知の，すなわち解決目標となる数量や関係の明確化（求めたいことは何か）

③ 未知の数量への適当な記号の割り当て（求めたいことを記号で表わし,図に書きこめ）

④ （図が提示されていない場合)問題の視覚化（図を描き，分かっていること，与えられた条件，求めたいことを数や記号で表わし，図の中に書きこめ）

(2) 既知の拡張

(2)～(5) がポリアの「計画を立てること」に対応する。(2) は目標と関係づける手がかりをふやすためのステップである。グリーノにおける「パターン認識」も同様の機能を果たすと考えられる。また，ポリアにおける「問題のいいかえ」あるいは「定義にかえる」こととも対応していよう。

① 既知の数量や関係から新たに導くことのできる数量や関係の枚挙（すでに分かっていることや与えられた条件から，新たに分かることをできるだけたくさんあげよ）

② 新たに既知となった数量への適当な数や記号の割り当て（新たに分かったことを数や記号で表わし，図の中に書きこめ）

(3) 目標からの探索

これは，先にも述べたように，グリーノにおいては重視されていなかったが，ポリアでは有効性が指摘されていた方略である。かれは,「未知のものをよくみよ！　そうして未知のものが同じか，又はよく似た，みなれた問題を思い起せ」という指示を，未知のもの（目標）の側から出発するときの注意としてあげている[2)]。

① 目標に関する既知の拡張（与えられた条件から，いま求めたいことに関連して新たに言えることは何か,それを記号で表わし,図の中に書き込め）

② 目標の変換（求めたいことが分かるためには，その前に何が分かればよいか」）

(4) 目標と既知との関係づけ

これまでの両方向からの探索にもとづき，新たな目標と拡張された既知とを結びつけなければならない。その際，接点となる情報を得るために補助的なルールや補助線などの利用が必要になるだろう。また，ポリアのリストにあるような，かつて出会ったことのある類似の問題の想起を促すことも必要となりうる。

① 変換された目標と既知との関係づけ（すでに分かっていることの中で新らしい目標と関係づけられそうなものをさがせ）

② 適用ルールの探索（関係づけるために必要なルールをさがせ）

③ 類似の問題の探索（これまでに解いたことのある問題で，求めたいことが似ている問題をさがせ，どんなルールを用いたか）

④ 補助的要素の導入（関係づけるために補助線などを利用できないか考えよ」）

(5) 既知の再拡張と目標の再変換

(4) に失敗した場合，変換された目標と拡張された既知とがマッチしていないこと，また，マッチしていても適用ルールが探索できなかったり補助的要素が発見できないことなどがその要因として考えられる。前者では，繰り返し両方向からの探索を行わなくてはならない。その中で,それまで気づかれなかった新たな既知や，

関係づけうる新たな目標の発見が期待される。後者では，ひょっとしたら適用すべき補助的なルールの内容自体を教示することが必要となるかもしれない。

① 目標に関する既知の再拡張（与えられた条件から，いま求めたいことに関連して新たに言えることは他にないか，それを記号で表わし，図の中に書き込め）

② 目標の再変換（求めたいことが分かるために，その前に何が分かればよいかをもう一度考え直せ）

③ 変換された目標と既知との関係づけ（すでに分かっていること，新たに分かったことの中で新らしい目標と関係づけられるものをさがせ）

④ 適用ルールの探索（関係づけに必要なルールをもう一度さがせ）

⑤ 補助的要素の導入（関係づけるために補助線などを利用できないかもう一度考えよ）

(6) 計画の実行

（「見通した方針にもとづき，ルールを用いて答えを求めよ」）

(7) 解答の検討

（「得られた答えは，与えられた条件を満たしているか検討せよ」）

以上の方略に含まれる各ステップの関係は下図のようになる。

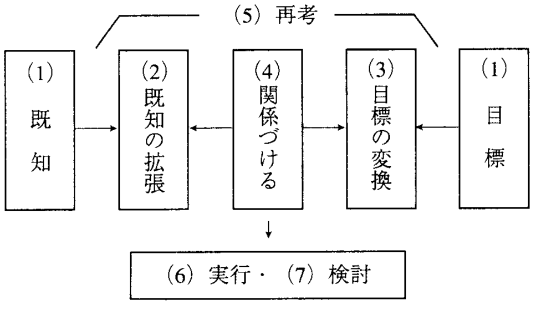

図3　仮説的方略における各ステップの関係

2. 実験計画

2.1. 問題の選択と型分け

先にも述べたように，転移の内容を明確にするには，解決のために選択された問題が，その特徴にもとづいて「型分け」されねばならない。

本研究では，「三平方の定理」を中心とした高校入試レベルの幾何問題の解決について取り扱う。これは，この定理を用いる問題のタイプが比較的多様であることによる[3]。例えば，直線図形だけでなく，円と多角形などを組み合わせたもの，空間図形を扱ったものなどがあり，補助的に利用されるルール（以下，補助ルールと呼ぶ）もさまざまである。ここでは平面図形に限定し，以下の三つの観点から問題を型分けした。

(1) 図形の種類（直線図形か，円＋直線図形か）

(2) 補助ルールの利用（必要か，不要か）

(3) 補助線の利用（必要か，不要か）

これにより，下表のように8タイプの問題に分類できる。

これらのうち，直線図形の問題を例題とし，円＋直線図形を転移課題とする。具体的には，解決に必要な要素をなるべく多く含むもの（つまり④，遠山ら（1960）の理論でいう「典型的な複合型」にあたる）を第1の例題とし，順次要素が欠落している問題（③〜①，遠山らの「退化型」にあたる）へと進める。これらによって，仮説的方略にもとづく解決の援助を行い，⑦，⑧に対応する問題で転移の成立を調べることにする。さらに，三平方の定理を利用しない別種の問題を用いて転移の広がりを確認したい。ここでも，用いた課題の型分けが要求される。

表4　三平方の定理の問題（平面図形）

図形の種類				直線図形	円＋直線
補助ルール	不要	補助線	不要	①	⑤
			必要	②	⑥
	必要	補助線	不要	③	⑦
			必要	④	⑧

2.2. 学習者の選択

対象者を文科系大学生とする。

パターン認識に関する知識や命題的な知識(解決に必要なルール)についてひととおり学習済みではあっても，数学，特に幾何の問題解決につまずきをかかえる学生が多いと予想されること，また，そのつまずきが主として方略上の，すなわち計画を立てる段階での困難さに起因していると考えられることによる。

2.3. 実験の概要

(1) 調査：問題を解決させる際に発語思考を行なわせ，プロトコルを収集，分析することによって，① 学習者独自の解決方略の有無やその内容を調べる。② 解決に要する種々の知識の有無について調べる。

(2) 学習援助：例題について仮説的方略にもとづく解決の援助を行なう。① 援助によって例題の解決が促進されたかを調べる。② 教示した方略の学習者にとっての受容しやすさを調べる。

(3) 評価：仮説的方略の使用を促した上で，発語思考法を用いて転移課題に関する独力での解決過程および解決の可否について調べる。

以上により，仮説的方略の効果を検討し，さらに有効な解決方略へと改善することになる。

〈注〉

1) この点についてポリア(前出)は，「橋は未知のものからでも，データからでも，どちらからかけはじめてもよい」として，「逆むきにとくこと」も有効であることを例証している（注2参照)。

2) ただし，かれは「逆むきにとくこと」において，ギリシャの数学者パプスの次のような指示を重視している。すなわち，「要求されているものから出発し，求めるものはすでに得られたと仮定せよ」，「望みの結果はどんな前提から導かれるかをたずねよう」，「前提の前提は何かとたずねてみよう」，などである。ポリアのリストにはこれらに対応するものが見当たらないので，パプスのリストを参考にした。

3) 第二の理由は実用的な関心からである。筆者が関わる学習者（学生）には，幾何問題の解決につまずきを抱えるものが多い。そのつまずきが改善され，さらに彼らにとって新奇な問題の解決が可能となれば，それは双方にとって有益である。なぜなら，筆者にとっては，学生の問題解決を援助する手立てを一つ手にいれることになると同時に，彼らにとっては，例えば進路選択における可能性の幅を拡大することに役立つと考えられるからである。

〈引用・参考文献〉

富士教育編集部(編)『解き方がくわしい　数学図形問題』富士教育（発行年不明）

学研（編）『デタもん数学　図形』学研 1999.

グリーノ，J.G./山口修平・東洋（共訳）『問題解決の過程―幾何の課題による研究―』サイエンス社 1985.

細谷　純『教科学習の心理学』中央法規 1996.

栗山直子・鈴木宏昭・楠見　孝　問題解決における類似性判断―抽象化水準と問題間類似性―日本教育心理学会第 39 回総会発表論文集，1997, p. 383.

旺文社（編）『中学数学　応用問題の解き方』旺文社 1990.

ポリア，G./柿内賢信(訳)『いかにして問題をとくか』丸善 1954.

鈴木宏昭「転移における具体例と抽象化の役割」日本教育心理学会第 37 回総会発表論文集，1995, p. 204.

鈴木宏昭・栗山直子「類推的転移における転移のコスト」日本教育心理学会第 38 回総会発表論文集，1996, p. 448.

寺尾　敦・楠見　孝「数学的問題解決における転移を促進する知識の獲得について」教育心理学研究，46, 1998, pp. 461-472.

遠山　啓・銀林　浩『水道方式による計算体系』明治図書 1960.